

中学校幾何教育 カリキュラムの再構成

—— 1年生の平面図形・空間図形を中心に ——

高橋哲男

●要約

筆者は、2008年2月13日から29日にかけて、稚内市立W中学校の数学の授業ならびに生徒自主参加の放課後学習会を見学させていただく機会を得た。見学を許して下さったW中学校校長のX先生、数学教諭のY先生はじめ教職員の皆様、そして、1年1組、1年2組の生徒の皆さんに感謝を申し上げたい。

そこで小論では、授業見学をご快諾くださったW中学校の皆さんに対するささやかなご恩返しの気持ちを込めて、数学の授業づくりを中心課題としながら教育方法学研究に関わってきた筆者の立場から、今後の授業改善に資するような考察をしておきたい。第2章では、授業見学全体を通して感じた、授業改善に向けたいくつかの教育学的視点について論じる。第3章では、今回見学させていただいた7種類の授業個々の概要を紹介するとともに、今後の指導に関する検討事項についてコメントする。

●キーワード

中学校

数学教育

幾何教育

平面図形

空間図形

カリキュラム

1 はじめに

筆者は、2008年2月13日から29日にかけて、稚内市立W中学校の数学の授業ならびに生徒自主参加の放課後学習会を見学させていただく機会を得た。見学を許して下さったW中学校校長のX先生、数学教諭のY先生はじめ教職員の皆様、そして、1年1組、1年2組の生徒の皆さんに感謝を申し上げたい。

この見学が実現するきっかけは、稚内市教育委員会による「学生ボランティア事業」の一環として行われた、稚内北星学園大学の学生がW中学校に出向いて生徒たちの学習を支援するボランティア活動「学力向上推進ネットワーク」であった。本学ではこれまで、学生による市内小・中・高校での放課後の学習支援や、不登校生徒支援ボランティア活動などを積極的に展開してきた。今回は、それらの経験を生かしながら、授業場面での学習支援の可能性を追究しようとする教育委員会、中学校、大学三者による新たな活動の試みであった。

筆者は本学の教員の一人として、また、教職課程会議議長の職責にあり教職課程を統括する責任者として、ボランティアに送り出す学生への援助・指導を行う立場にある。本活動は一般的なボランティア活動としての意義をもつと同時に、大学生、特に教職課程を履修する学生にとっては、地域の学校と中学生の実状の一端に触れるとともに、現職教諭による授業を観察したり実際に教えたりすることを通して、授業のあり方について学ぶことができる貴重な機会となっている。大学が第一義的責任を負うべき教員養成に対して地域の中学校からの理解と支援を頂戴したと感じており、その意味で重ねて感謝の気持ちを述べたい。

このような観点からすると、筆者は、大学生たちが今回の活動によっていかに成長したかを考察する必要があると認識している。そのことによって、本活動が、中学生たちへの教育的効果の観点からばかりではなく大学生たちへの教育的効果、とりわけ教員養成教育的効果の観点からも実に意義深い活動であることを示したい。ただしそのような効果を定性的に述べることは、現在の筆者には過大なテーマである。

そこで小論では、授業見学をご快諾くださったW中学校の皆さんに対するささやかなご恩返し of 気持ちを込めて、数学の授業づくりを中心課題としながら教育方法学研究に関わってきた筆者の立場から、今後の授業改善に資するような考察をしておきたい。第2章では、授業見学全体を通して感じた、授業改善に向けたいくつかの教育学的視点について論じる。第3章では、今回見学させていただいた7種類の授業個々の概要を紹介するとともに、今後の指導に関する検討事項についてコメントする。

2 授業見学全体を通した感想

2.1 教育の目標と内容

見学した教室の中学校1年生⁽¹⁾の多くは1994年に誕生している。その2年後の1996年7月、中央教育審議会は、「21世紀を展望した我が国の教育の在り方について（第一次答申）」（以下、「答申」）を公表している。「ゆとり」と「生きる力」がキーワードとなったこの長大な答申のなかから、筆者は以下の3点に改めて注目したい。

- (1) 今日の変化の激しい社会にあって、いわゆる知識の陳腐化が早まり、学校時代に獲得

した知識を大事に保持していれば済むということはもはや許されず、不断にリフレッシュすることが求められるようになっている。

- (2) 「生きる力」は、単に過去の知識を記憶しているということではなく、初めて遭遇するような場面でも、自分で課題を見つけ、自ら考え、自ら問題を解決していく資質や能力である。
- (3) 厳選した教育内容、すなわち、基礎・基本については、一人一人が確実に身に付けるようにしなければならない。豊かで多様な個性は、このような基礎・基本の学習を通じて一層豊かに開花するものである。

答申は、端的に言うならば、国際化や情報化を中心とした社会の変化に対応できるよう、「知識を一方的に教え込むことになりがちであった教育から、子供たちが、自ら学び、自ら考える教育への転換を目指す必要がある」と主張している。「自ら学び、自ら考える力などの「生きる力」を育成する教育へとその基調を転換していくため」、「教育内容の厳選を図る必要がある」と述べている。そして、「教育内容の厳選は、学校で身に付けるべき基礎・基本は何か、各学校段階や子供たちの心身の発達段階に即して適当なものは何かを問いつつ、徹底して行うべきである」としている。「学校教育で扱うことのできるものは、時間的にも、内容の程度においても、一定の限度がある」のであり、教育内容は「厳選」される必要がある。

さて、「厳選」の際の根拠・指針となるのは教育の目的であろう。教育の目的に照らして、何を教えるべきかという内容が決まってゆくのである。答申を読む限り、厳選した教育内容とは、その学習を通じて、豊かで多様な個性がいっそう豊かに開花するところのものでなければならない。果たして、現在中学校数学で扱われている教育内容はその様なものになっているのだろうか。子どもたちから見れば、「基礎・基本」は、個性が豊かに開花するその予感が感じられないまま「確実に身に付けるようにしなければならない」と言われるだけであり、身に付けておいてよかったと思った経験も少ないのではないか。この推測が正しいとすれば、子どもたちは、学校の教育内容を「必要な情報」のカテゴリーに入れず、したがって学ぼうとはしないだろう。

以上のことから筆者は、学校の教育内容を、子どもたちが学ぶ価値のあるものとして認識してくれるようにすることこそが、最優先の課題であると考えている。ただしここで、筆者の言う「学ぶ価値」について注意が必要かもしれない。それは、答申の言う将来における個性の開花という価値を当然含み、そのための自己実現、そのための職業選択という価値もあろう。また、そのための希望の進学という進路実現や、そのためのテストでの高得点なども、子どもたちにとって「学ぶ価値」となり得よう。

筆者はそれらを否定しない。しかしながら、知的好奇心の満足ということが子どもたちにとっての「学ぶ価値」の核心であってほしいと願っている。今まさに学んでいる内容が、子どもたちが今まさに知りたくて仕方がない内容と可能な限り一致すること、そしてそれが楽しくて仕方がないことであり、したがって将来の自分にとって何らかの役に立つかもしれないが、何よりもまず現在の自分の知的好奇心を満たすという役に立つようにすることを目指したい。さらに、そのような教育内容が単に知的好奇心を満たすだけでなく、自らの血となり肉となる、すなわち獲得した内容によって自然や

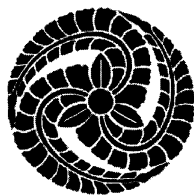
歴史、社会や人間を、そしてそれらと自分との関係を見つめ直すメガネとなる、いわば世界観形成の一端を担うような内容であってほしいと考える(2)。

2. 2 中学校一年生の平面図形・空間図形の教育内容

自己を社会、歴史、自然といった大きな枠組みからとらえ直すことが中学生にとって必要かつ重要であるのと同様に、現在の学習内容がより広い未知の内容との関連で語られたり、過去の学習内容を取り込んだ広がりをもつ内容として語られることは、知的好奇心を満たす主要な条件だろう。ここで、コメニウスの『大教授学』から引用しておきたい。

予め学識全体の・大まかな・全般的な見取図を与えずに 知識を個別的に教えてみても、効果はない、ということです。また どんな人間を教育する場合でも、ほかの知識を顧みずにある・部分的な知識だけで完成させるようなやり方では、教育はできない、ということです(3)。

中学校一年生の教科書の平面図形・空間図形分野には、この様な観点が不足しているのではないだろうか。例えば対称については平面上の点対称と線対称しか扱われておらず、もっと広い対称性の世界との関連は示されない。筆者は、生徒自主参加の放課後学習会に「大学生に挑戦！」と題したプリントを全部で4種類作成して持参した。授業内容と関連したやや発展的な課題を扱ったものである。その第1回は様々な家紋を線対称・点対称の観点から分類することをねらった、「対称性って、何？」と題したプリントであった(4)。ある子どもはこのうち下に示す「三つ藤巴」の家紋を最初、点対称な図形と考えた。教科書では対称には線対称と点対称しかないような印象が与えられかねず、この家紋が明らかに線対称でないとなれば、点対称だと答えるのは自然に思われた。



点対称は半回転(180°回転)で自分自身に重なる図形と定義できるが、半回転の概念の認識は線対称との対比においてのみならず、半回転以外の回転で自分自身に重なる図形と対比することによって、理解が高まるだろう。その子どもは、「三つ藤巴」の家紋が点対称でないことを理解したのち、線対称でも点対称でもないが対称だと答えた。この事実は、子どもの対称性理解は必ずしも線対称・点対称に限定されていない、したがって線対称・点対称より広がりのある対称性の世界について中学校1年生の授業で扱える、という可能性を示しているのではないだろうか。

また作図については、垂線、垂直二等分線、角の二等分線の三つが扱われているが、それらの相互関係(例えば垂直二等分線は垂線の特殊な場合であり、また、角の二等分線の特殊な場合とも考えられる)も問題にされていない。教科書はまさに「ほかの知識を顧みずにある・部分的な知識だけで完成させるようなやり方」ではな

いか。これでは学びたいと思わないし、作図するだけでは楽しくなく結果に感動するわけでもないで、当然定着もしないだろう。ただし、このように教科書を批判的に分析することは簡単であるが、研究としてはその水準に止まることなく、具体的な授業プランを提示する必要があるだろう。平面図形についてはいくつかの提案⁽⁵⁾もあるが不十分であり、空間図形についてはほとんど手がつけられていない。今後の課題として認識している。

教育内容を「厳選」した結果として残った「基礎・基本」を、子どもたちが学ぶ価値のあるものとして感じなかったとすれば、まず取り組むべきはその「確実に身に付ける」方法を探ることではなく、「基礎・基本」の中身を見直すことであろう。

ここで筆者の結論を端的に言えば、考えさせる問題を今よりずっと難しくせよということになる。子どもたちが教育内容に魅力を感じないのは、それが簡単すぎるからではないかと筆者には思われる。確かに、内容が難しすぎて最初から取り組む意欲を失ってしまうこともあるかもしれない。しかし、簡単すぎて、本気を出せばいつでもできる（と、子どもが思っている）内容だから真剣に取り組まないということもあるのではなからうか。一時間で扱われる内容、新出の用語は少ない。少なすぎて「大まかな・全般的な見取図」が見えにくくなり、獲得されるべき概念が相互関連のもとに認識されないためわかりにくく、したがって定着もしないと感じられる。

2. 3 放課後学習会におけるAくんの様子から

放課後学習会用の第2回プリントは、「まるでさんかくでしかくって、何？」という、空間図形の投影図を扱ったものであった⁽⁶⁾。プリントでは立体を平面上に表す方法として、見取図の他に投影図があることを、円錐を例にして説明した。その上で、円柱の見取図を見ながら投影図を書く練習、逆に、正四角錐の投影図から見取り図を書く練習をさせた。そして最後に、上面図が円（まる）、側面図が三角形（さんかく）、正面図が四角形（しかく）である投影図を示し、どんな立体であるかを想像して見取図を書く課題を与えた。これは大人、あるいは数学教師であっても難しい場合もあり、実際、その時間にアシスタントを務めていた大学生2名のうち1名は立体をイメージできなかった。

この課題には、W中学校側が「学習に対して抵抗があ」る生徒と認識していた「Aくん」を含め3名が真剣に取り組んでくれた。いずれも投げ出すことなく時間中ずっと考え続けていた。解けそうだという感触、解きたいという強い思いがあったのだろう。Aくんは、終了10分前に教室を後にした。思考を放棄したのではなく、早く家に帰って大根を切りながら考えるためだという。

3名ともしっかりと考えたおかげで、おそらく、見取図と投影図の違いをしっかりとつかみ、空間図形に対する新しい見方を獲得したと思われる。また、必ずしも筆者がこの課題に込めたねらいではなかったが、問題を解くなかで発揮された「集中」や、家に持ち帰ってまで考えようとする「意欲」の発現もあった。そして何より、難しくて時にはしかめっ面になりつつも、新しいアイデアが閃いて笑顔になったりしながら問題を楽しんでくれたし、問題を楽しんでいる自分自身を楽しんでいるように見えたことで、筆者のねらいは十二分に達成されたといえる。現行の学習指導要領には「投影図は取り扱わないものとする」と注意書きがある。これだけ面白い題材を授業で扱わないのは大変惜しいと思われる⁽⁷⁾。

筆者が出した課題の立体は、現実生活の身近にあるわけではない。大根を切って作ってみたところ

で、おそらく何かの役に立つわけではない。学習指導要領で扱わないことになっているのだから、高校入試にも出ない。それでも、「なぜこれを学ばなければならないのか？」と考える余裕も必要もなく、少なくとも3名の子どもたちが自ら学び、自ら考えようとした。この事実を大切にしたい。「学ぶ価値」は何も数学の外部にあるのではない。数学そのものが、学ぶ価値のあるものとして、いや、楽しむ価値のあるものとして、無数の人々によって築き上げられてきたのである。数学の教育内容を考える出発点として、その点を再認識しておきたい。

なお、W中学校側は後日Aくんについて、この「学力向上推進ネットワーク」事業の力で「もっとも大きく変わった生徒」と評価している。「放課後学習会で味わった「わかる・できる喜び」、そして周囲の激励もあり、本当に数学が好きになりつつあります」「二通りの解き方を答えなさいという問題で、三通りの解き方を導きだすなど、数学に対しての興味関心も高くなっています」「放課後学習会にも積極的に参加し、仲間を誘うなどという面が見られています」との報告を受けた。

2. 4 小型の社会としての学校・教室

言い古された「共に学び、共に教える」や「学びは、学び合い」などを持ち出すまでもなく、学校は集団による学びの場である。特に教室は、基本的には一人の教師と数十人の生徒が集まって構成される。このような教師一人対生徒多数という状況は、教育の経済的効率性の観点からの避けがたい帰結というわけではない。確かに、教育への財政支出を高めて少人数教育を追求することは必要であろう。しかし、究極的にはすべての教室に教師一人と生徒一人という状況が理想というわけではないのは明らかである。子どもたちは学校あるいは教室という集団内で、人間が共同体のなかで生活することを学ぶからである。

J. デューイは、『学校と社会』で次のように述べている。

学校はいまや、たんに将来いとなまれるべき或る種の生活にたいして抽象的な、迂遠な関係をもつ学科を学ぶ場所であるのではなしに、生活とむすびつき、そこで子どもが生活を指導されることによって学ぶところの子どもの住みかとなる機会をもつ。学校は小型の社会、胎芽的な社会となることになる⁽⁸⁾。

デューイはこの理念のもと、シカゴ大学教育学部に実験学校を設立して実践を行った。佐藤学は、「デューイの実験学校の目的は、子どもの心理的発達と論理的発達、および社会的発達を教育過程において統合する点にあり、学校と社会の連続性を回復し、学校を学びの共同体として再組織することによって、民主主義の社会を学校教育を通して準備することにあつた」⁽⁹⁾と述べている。

人間は社会を構成している。教育は子どもをすでに社会の一員としてとらえながら、子どもが、将来にわたっても社会を構成する一員であり続けるようにする営みである。ところで、社会とは、人間の単なる集団と同じではない。したがって、「小型の社会、胎芽的な社会」である学校、そして教室は、子どもたちが単に集まっているだけではいけない。教室は、子どもたちがそれぞれの相互作用のなかで学び合う空間でなければならない。

見学した授業では、子どもたちは、授業で解決されるべき課題を互いに共有しているようには思わ

れなかった。ほとんどの子どもはそれぞれ課題を認識していたし、またその大半はそれぞれきちんと課題に向き合っていた。ただし、教師のアクションと生徒のリアクションという一対一の関係が単にたくさんあるような印象を受けた。子どもは一人で取り組み、一人で解決するか解決できずにいる。もちろん、席の近い子どもたち同士の相談や教え合いも多少はあった。ただし、教室の生徒たち全員で一緒になって課題に取り組むような場面はあまり見られなかった。班ごとの相談時間や学習時間が設定されたこともあったが、4～5名程度の班のなかでさえ対話が成立しないケースの方が多かったように感じた。

関係の構築されない人間たちは単なる集合であって、社会をなしているとはいえない。他者との関わり方や社会の維持・発展について教えるのは、何も学校教育のみに課せられた責任ではない。また、学校がその重要な担い手の一つであるとしても、何も授業のみに課せられた課題でもない（むしろ、「授業外」に課せられた課題であるという認識の方が強いかもしれない）。しかしそれでもなお、子どもたちは、学校にいる時間の半分以上は授業を受けている。授業で個々の教科の教育内容が教えられることは当然であるが、教室がまさに「小型の社会」となって、授業は「生活とむすびつき、そこで子どもが生活を指導される」場でもありたい。

それが他ならぬ数学の授業においても意識されるとすれば、やはり筆者の結論は「考えさせる問題を今よりずっと難しくせよ」に行き着く。教室の全員が力を合わせることなしには解決が得られないような問題を与えたい。自分一人の知恵では解決できなければ、他者の考えに耳を傾けようとするだろう。傾けてもらえるとわかれば、大人しい子どもも口を開くようになるかもしれない。教室の誰にとっても難しいような問題であれば、その意味で子どもたちは対等である。普段のテストの「上位」の子どもが必ずしも解決に最も近い位置にいるとは限らない。むしろ「下位」の子どものアイディアで、教室全体が立ち向かっている巨大な課題への扉が開かれていくかもしれない。そのような問題を出したいものである。

原始的な人類は、捕食者から逃れるため、あるいは生存に必要な食を手に入れるため集団を形成し、幾多の困難を乗り越えてきたことだろう。その過程で、社会の維持に必要な規則や道徳といったものとともに、生存及び幸福のために必要な知識や技術を産み出して蓄積し、代々継承してきたことで今日に至っている。数学もまた、そのような社会が産み出した人類の共有財産の一つである。教室に集まった子どもが個々にそれを吸収すればいいのではなく、まさに「学び合い」を通して獲得することにこそ意義があるのではないだろうか。

『大教授学』には次の一節がある。

なにを学んだ場合でも それを ほかの人々にも伝えて ほかの人々の心に注ぎ込んでほしいと思うのです。こうすれば、知って無駄になるものは一つもなくなるのであります。君がそれを知っている、ということを ほかの人を知っているのであれば、君の知はむなしい、という言葉は、いうまでもなく この意味で真理なのです⁽¹⁰⁾。

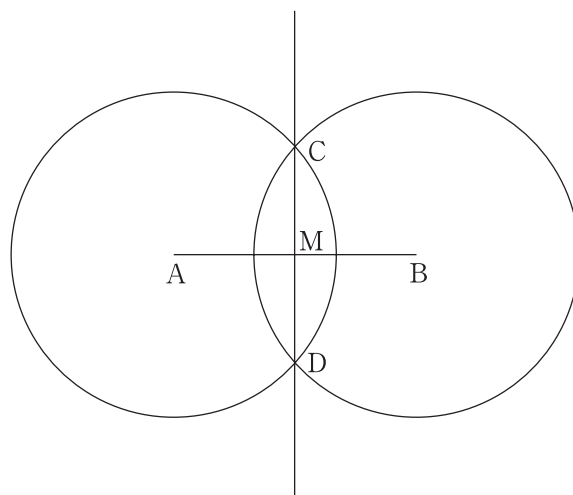
「共に学び、共に教える」は、音で「友に学び、友に教える」に通じる⁽¹¹⁾。小型の社会である教室がまさにそんな空間になるような授業を、今後も追究してゆきたい。

3 個別の授業に対する感想

3.1 垂直二等分線の作図

3.1.1 教科書および授業の概要

線分 AB の垂直二等分線を作図する授業であった。垂直二等分線の作図法とその数学的基礎は以下の通りである。



- (1) 点 A を中心に円を書く。
- (2) 点 B を中心に、(1) と同じ半径の円を書く。
- (3) (1) と (2) の交点を C 、 D とする。
- (4) 線分 AB と直線 CD の交点を M とする。
- (5) $\triangle CAD \equiv \triangle CBD$ (三辺相等)。
- (6) 対応する角は等しいので $\angle ACD = \angle BCD$ 、つまり $\angle ACM = \angle BCM$ 。
- (7) よって $\triangle CAM \equiv \triangle CBM$ (二辺挟角相等)。
- (8) 対応する辺は等しいので $AM = MB$ 。 M を線分 AB の**中点**という。
- (9) 対応する角は等しいので $\angle CMA = \angle CMB$ 。
- (10) $\angle AMB$ は直線の角 (二直角) なので $\angle CMA = \angle CMB = \text{直角}$ 。
- (11) よって $AB \perp CD$ 。
- (12) $AM = MB$ かつ $AB \perp CD$ なので、 CD は線分 AB の**垂直二等分線**。

3.1.2 指導に関する検討課題

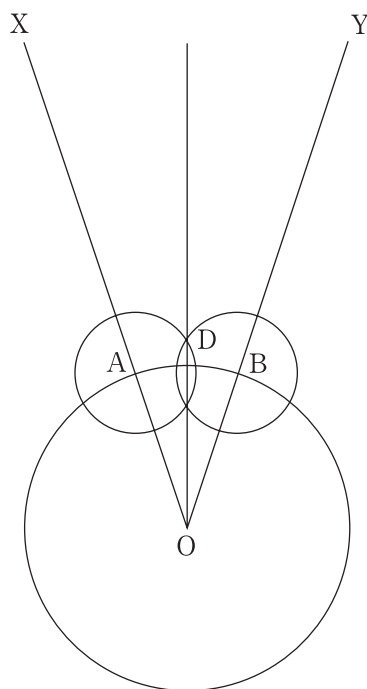
中点の定義 「中点とは何か」を説明 (定義) する前に「 M を中点という」と教え、後から、 $AM = MB$ を確認していた。 $AM = MB$ が確認できて初めて「 M を (線分 AB の) 中点という」と言えるのである。

「作図」と「証明」の関連 垂直二等分線を作図した後で、 $AM = MB$ と $AB \perp CD$ を確認していたのはよい。ただし、「定規で長さを測ったら等しかった」とか「どちらも 90° だから等しい」ということでいいのだろうか。これは「証明」と「作図」の指導順序の問題でもある。作図は二年生の「証明」が終わった後でもいいのではないか。

3. 2 角の二等分線の作図

3. 2. 1 教科書および授業の概要

∠X O Yの二等分線を作図する授業であった。角の二等分線の作図法とその数学的基礎は以下の通りである。



- (1) 点Oを中心に円を書く。
- (2) O X, O Yと円の交点をそれぞれA, Bとする。
- (3) 点Aを中心に円を書く ((1)の円と違う半径でよい)。
- (4) (3)の円と同じ半径で、点Bを中心に円を書く。
- (5) (3)の円と(4)の円の交点(のひとつ)をDとする。
- (6) 直線ODを引く。
- (7) $\triangle O A D \equiv \triangle O B D$ (三辺相等)。
- (8) 対応する角は等しいので $\angle A O D = \angle B O D$ 、つまり $\angle X O D = \angle Y O D$ 。
- (9) よって直線ODは∠X O Yの二等分線。

3. 2. 2 指導に関する検討課題

例題の特殊性 二等分線を作図する例題の角の大きさがちょうど 60° だった。何かねらいがあったのか、それとも偶然だろうか。できるだけ特別でない角の方がよく、 30° , 60° , 90° などは意識して避けるべきと思われる。また、二等分線を作図する例題の∠X O Yにおいて、線分O X = O Yのように図が書かれていた。これでは正しい作図方法が身につかない(図の特殊性により、誤った方法でも作図ができてしまう)おそれがあるのではないか。

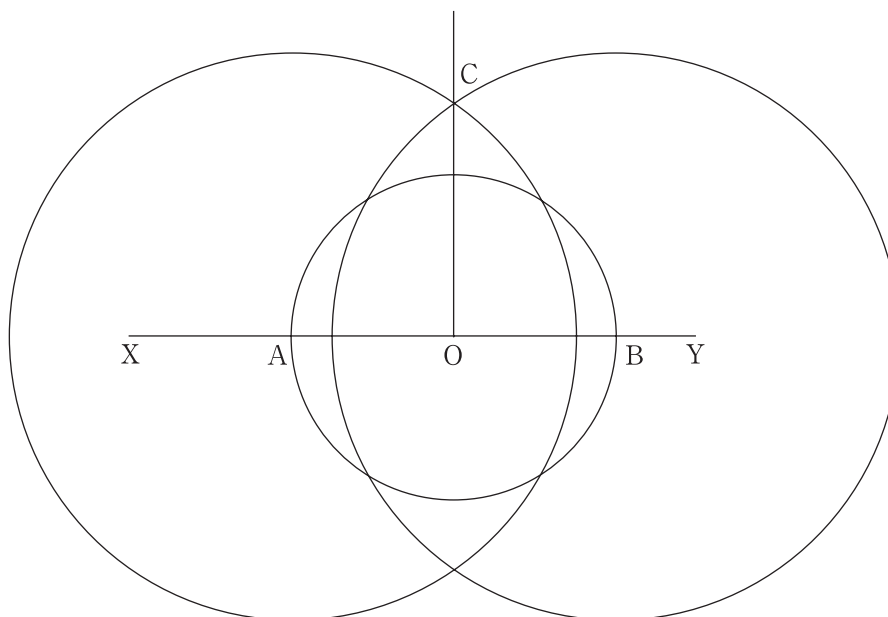
指導順序の問題 前時で線分の垂直二等分線の作図を扱い、本時で角の二等分線の作図を扱った。ただし、垂直二等分線は直線の角の二等分線、つまり特殊ケースとも考えられる。指導順序を逆にす

ることについて検討してみてもいいのではないか。

3.3 垂線の作図

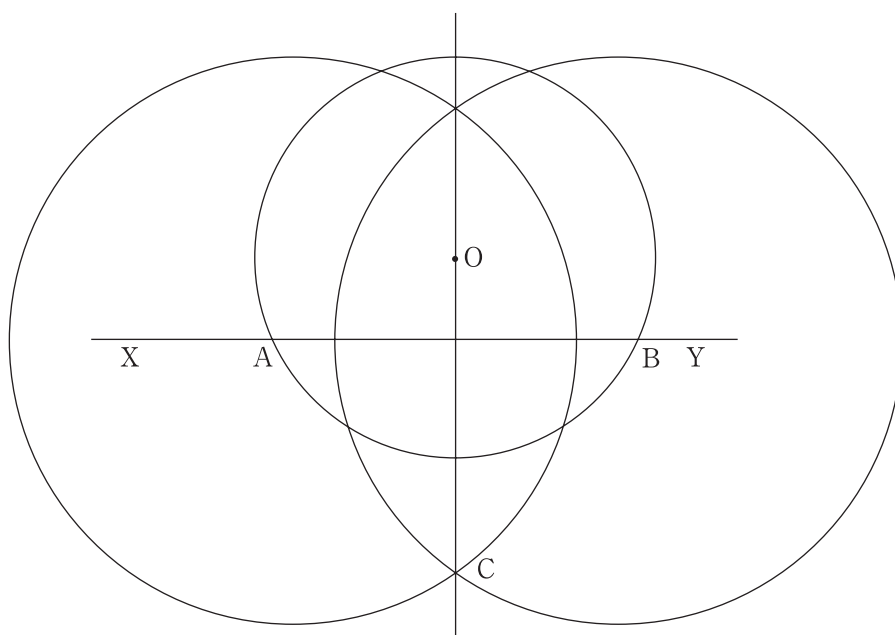
3.3.1 教科書および授業の概要

第一に、 $\angle XOY$ (=直線の角) の二等分線を作図した。二等分線の作図法とその数学的基礎は以下の通りである。



- (1) 点Oを中心に円を書く。
- (2) OX , OY と円の交点をそれぞれA, Bとする。
- (3) 点Aを中心に円を書く ((1)の円と違う半径でよい)。
- (4) (3)の円と同じ半径で、点Bを中心に円を書く。
- (5) (3)の円と(4)の円の交点(のひとつ)をCとする。
- (6) 直線OCを引く。
- (7) $\triangle AOC \equiv \triangle BOC$ (三辺相等)。
- (8) 対応する角は等しいので $\angle AOC = \angle BOC$ 、つまり $\angle XOC = \angle YOC$ 。
- (9) よって直線OCは $\angle XOY$ の二等分線。
- (10) ところで、 $\angle XOC = \angle YOC$ かつ $\angle XOY = \text{直線の角}$ なので $\angle XOC = \angle YOC = \text{直角}$ 。
- (11) よって、 $OC \perp XY$ 。

第二に、直線 XY とその上にない点Oが与えられたとき、Oを通る XY の垂線を作図した。垂線の作図法とその数学的基礎は以下の通りである。



- (1) 点Oを中心に円を書く。
- (2) 直線XYとの交点をA, Bとする。
- (3) 点Aを中心に円を書く((1)の円と違う半径でよい)。
- (4) (3)の円と同じ半径で、点Bを中心に円を書く。
- (5) (3)の円と(4)の円の交点(のひとつ)をCとする。
- (6) 直線OCを引く。
- (7) $\triangle AOC \equiv \triangle BOC$ (三辺相等)。
- (8) 以下は「垂直二等分線の作図」に同じ。

3. 3. 2 指導に関する検討課題

直線の角の扱い 子どもたちは、直線の角($\angle XOY$)がどこにあるか戸惑っていたようだった。「角は、折れ曲がっていないなければならない」と認識しているのではないか。つまり、直線の角は「折れ曲がっていないから、角でない」と思っているのではないかと感じた。直線の角も角である(しかも特別で大事な角である)。この授業以前に、角の指導をどのように行ってきたのか(行うべきなのか)が気になった。

指導順序の問題 本時の二つの教育課題はいずれも、垂線の作図だった。「垂線を引く」という学習をひとまとまりと見て、一時間の授業を構成していた様に思う。ただ一方で、第一の教育内容(直線の角を二等分する)は、授業者もそれを意識した授業づくり・発問をしていたように、角の二等分線の作図の特殊な場合ともいえる。また、第二の教育内容(直線の垂線を作図する)は、垂直二等分線の作図の特殊な場合とも考えられる。ここ三時間の授業内容全体について、特に指導順序の観点から再検討してみてもいいのではないだろうか。

例題の特殊性 $\angle XOY$ を二等分する問題の図では、点Oが線分XYの midpointにあるように見えた。また、直線XYの垂線を引く問題の図では、点Oが線分XYの垂直二等分線上にあるように見えた。実際、ほとんどの子どもは両方の図とも長さを測り、点Oをそのような位置にとっていた。角の二等分線の作図で指摘したのと同様、正しい作図方法が身につかないおそれがあるのではないか。

3. 4 円の接線の作図

3. 4. 1 教科書および授業の概要

円O上の点Aを通る接線を作図する授業であった。接線の作図法とその数学的基礎は以下の通りである。

- (1) 直線OAを引く。
- (2) 点Aを通る直線OAの垂線を引く。
- (3) 定理「円の接線は、その接点を通る半径に垂直である」を前提とすれば、本時の教育内容の数学的基礎は「垂線の作図」のそれに帰着される。

3. 4. 2 指導に関する検討課題

円の接線と半径の関係 本時では円の接線および接点が既習事項とされていた。また、定理「円の接線は、接点を通る半径に垂直である」も前提とされていた。後者については、教科書では「円の接線は、接点を通る半径に垂直である」と述べられているだけであり、どのように指導(説明)されたのか気になった。

3. 5 反角柱と角柱

3. 5. 1 教科書および授業の概要

ユニット折り紙で反角柱⁽¹²⁾(の模型)を作製した。その上で、反角柱と角柱の違いを考えた。

3. 5. 2 指導に関する検討課題

反角柱と角柱の違い 反角柱と角柱の違いについて班ごとに話し合わせ、発表させた。しかし、この課題のねらいは何だったのか疑問をもった。話し合ったり発表したりすること自体が目的ではないと思われるが、だとすれば、どのような数学的発見をさせたかったのだろうか。

線対称・点対称との関連 反角柱をつくるためのユニットを折る際、折り進むにつれて正方形、直角二等辺三角形、たこ形、二等辺三角形、等脚台形、平行四辺形が現れる。ここでこれらの名前の復習をしてもよかったのではないか。また、それぞれの図形が線対称や点対称であるかを考えさせるチャンスでもあった。

3. 6 柱体・錐体・球

3. 6. 1 教科書および授業の概要

四角柱、三角錐、球、円柱、三角柱、四角錐、円錐を二つないし三つのグループに分類した。また、柱体(角柱、円柱)と錐体(角錐、円錐)の違いを知る。

3. 6. 2 指導に関する検討課題

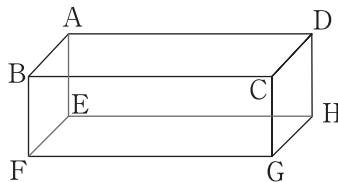
分類の意義と難しさ 様々な立体を様々な視点で分類することを通して、柱体・錐体・球の違いを教えようとしていた。今回は「底面」の数によって分類する(その是非はともかく)というアイデアから、本時の授業のねらいは達成されたと思われる。このような分類はほぼ必ずどこかの班が出してくれるとは限らない。出なかった場合の対応についても考えておく必要があるだろう。また、多様な分類が登場することは、本時の授業目標を不明確にするというデメリットとなりはしないか。話し合い、自由な発想、発表、意見交換それ自体の教育的効果もあろうが、そのことが数学としての内容を弱める

方向に働くとしたら、再検討も必要ではないだろうか。具体的にいえば、「三角形の面がある、ない」で分類した班があった。この分析枠では、三角錐、三角柱、四角錐が同じグループになる。子どもたちを責める必要はないが、残念ながらこの分析枠は空間図形の分類上はほとんど意味がない⁽¹³⁾。まず「球か、そうでないか」に分けられ、そうでない立体が「とがっているか、いないか」によって錐体と柱体に分けられ、それぞれの立体について底面が「円か、多角形か」で円○と角○に分けられ、最後に角○は、底面が何角形かによって「何角○」になる。このような分析枠によって指導するのはどうだろう。

3. 7 空間における直線や平面の垂直・平行

3. 7. 1 教科書および授業の概要

直方体 $ABCD-EFGH$ を書き、直方体の辺や面の位置関係を考える。



3. 7. 2 指導に関する検討課題

指導順序の問題 本時は、

- (1) 辺と辺の平行・垂直
- (2) 辺と面の平行・垂直
- (3) 面と面の平行・垂直

を扱った。辺を先に、面が後に、という指導順序の構成論理をとっていたと思われる。しかしこの後、「ねじれの位置」を教える際、再び「辺と辺」が問題になった。これは、「ねじれの位置」を、「平行でもなく、交わらない二直線をねじれの位置」と定義していたためである。平行が先、交わるが後、という指導順序の構成原理ともいえよう。ただし、「ねじれの位置」を、「同一平面にない」と定義する方法もあるだろう。この場合、まず、同一平面上にあるかないかを考えさせ、ない場合に「ねじれの位置」ということを教えてしまう。空間図形では、「面が先」という指導順序の構成原理はとれないだろうか。

- (1) 平面とは何か
- (2) 同一平面にあるか、ないか (ないとき、ねじれの位置)
- (3) 面と面の関係 (交わらないとき、平行)
- (4) 面と面の関係 (ある特殊な交わり方をするとき、垂直)
- (5) ある平面上における、辺と辺の関係 (「平面図形」のときと同じ)

このように、同一平面、ねじれの位置、面と面の関係、(同一平面上の) 辺と辺の関係、と進むのはどうだろうか。最後に辺と面の関係を扱うが、「辺と面の平行」は「面と面の平行」と関連づけて教えればよい。同様に、「辺と面の垂直」は「面と面の垂直」と関連づけて教えればよいが、そもそも「面

と面の垂直」をどう教えればよいか、よくわからない。いや、いっそのこと、「面と面の垂直」は教えないことにすればよい。子どもたちはすでに、「面と面の垂直」を知っているのである。なぜなら、それを知らないならそもそも直方体を書けるわけがないのだから。よく考えると「面と面の平行」も教えなくていい。それを知らないならそもそも直方体を書けるわけがないのだから⁽¹⁴⁾。

面とは何か・辺とは何か ABGHも面である。確かに、「直方体の面」ではないのかもしれない。学習指導要領の「断面図や投影図は取り扱わないものとする」という但し書きもある。ただし、「本時の目標」には、「空間における直線や平面の垂直・平行の意味を理解する」とある。「空間における直線や平面」を理解してほしいのであって、「直方体の面」や「直方体の辺」だけわかるのでは不十分ではないだろうか。同様に、「直方体の辺」以外の「空間における直線」を扱ってもいいのではないだろうか。線分AF, AHやAGを考えてもいいのではないだろうか（三平方の定理を習うと、線分の長さを求める練習問題としてよく出される）。

4 おわりに

小論は、2008年4月に稚内市立W中学校に提出した報告書「中学校幾何教育カリキュラムの再構成－W中学校の授業見学を通して考えたこと－」をもとに、リライトしたものである。「指導に関する検討課題」の論述については、報告書を作成する段階で、アシスタントとして授業に関わった本学学生と意見交換をしながら検討した部分もある。

今後は、中学校幾何教育全体のカリキュラムを見通しつつ、中学校1年生の平面図形・空間図形分野の教育内容を構成し、具体的な授業プランの形で提示することを課題としたい。その第ゼロ次近似としての案について、2008年11月27日、稚内市教育研究会数学部会の皆さんにご検討いただく機会を得た。記して感謝申し上げたい。

【付録】 放課後学習会プリント

以下は、放課後学習会で配布したプリントである。配布した 4 種類のうち、本論で言及した第 1 回、第 2 回分のみ添付しておく。

大学生に挑戦！(1)

— 対称って、何？ —

稚内北星学園大学 情報メディア学部 数学サークル

2008.2.18

日本には、植物や動物、あるいは自然現象をかたどったいろいろな種類の**家紋**があります。

家紋はどれも美しい形をしています。家紋が美しいのは、対称な形をしているからではないでしょうか。

問題 家紋の対称性について考えてみよう。

- (1) 次のページの家紋のうち、**線対称**なのはどれですか。

線対称な家紋には、対称の**軸**も書いてみよう。それぞれ、軸は何本あるだろう。

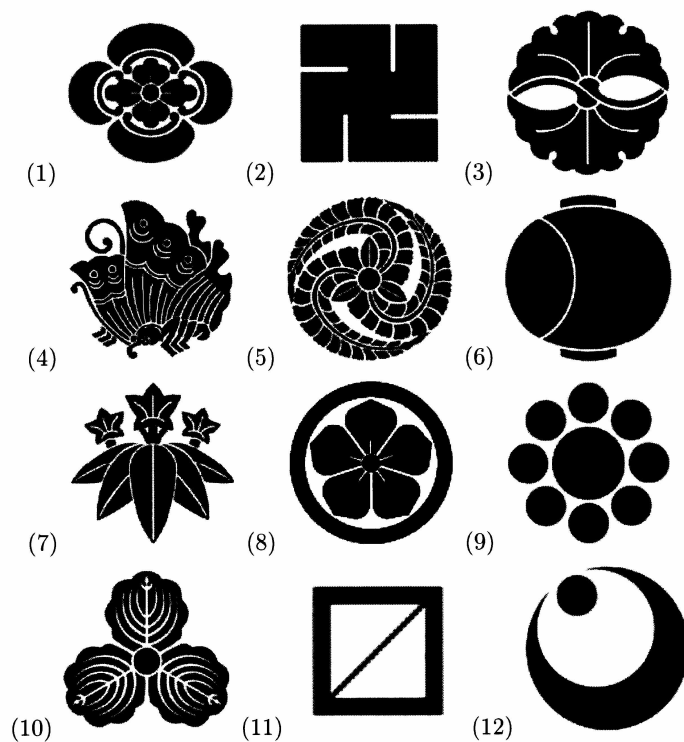
- (2) 次のページの家紋のうち、**点对称**なのはどれですか。

対称の**中心**に点を打とう。

- (3) 家に帰ってから、自分の家の家紋を調べてみましょう。その家紋が線対称や点对称か、調べてみましょう。

- (4) 家紋 (5) は線対称でも点对称でもありません。ところで、線対称・点对称以外の「対称」は、あると思いますか？

つ・づ・く……………かもしれない。



家紋の図*1は、ホームページ「家紋 World」から借りました。

*1

- (1) 横木瓜。
- (2) 卍。
- (3) 銀杏二葉。
- (4) 揚羽蝶。
- (5) 三つ藤巴。
- (6) 小槌。
- (7) 竜胆。
- (8) 丸に桔梗。
- (9) 九曜。
- (10) 三つ柏。
- (11) 升。
- (12) 月星。

大学生に挑戦！(2)

— まるでさんかくでしかくって、何？ —

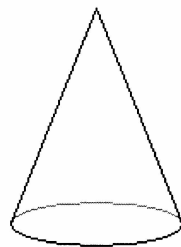
稚内北星学園大学 情報メディア学部 数学サークル

2008.2.25

高橋先生が、言った。

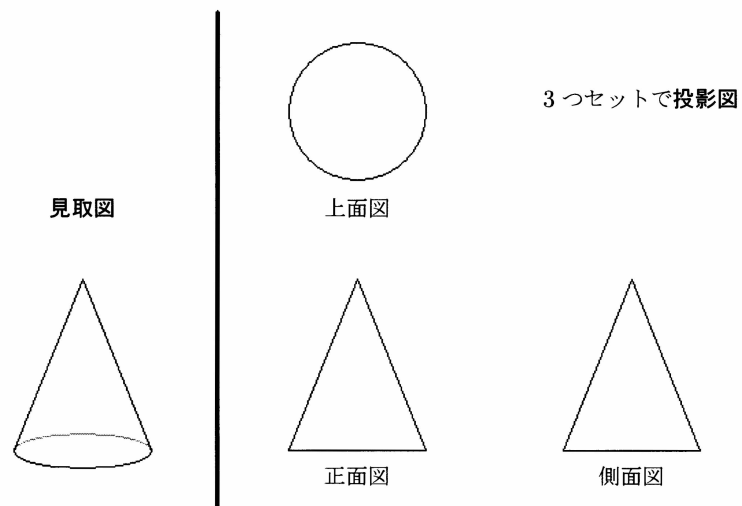
「空間図形とは、立体や、**平面で表せない図形**です」。

たとえば……と言いながら、黒板にこんな図を書いた。

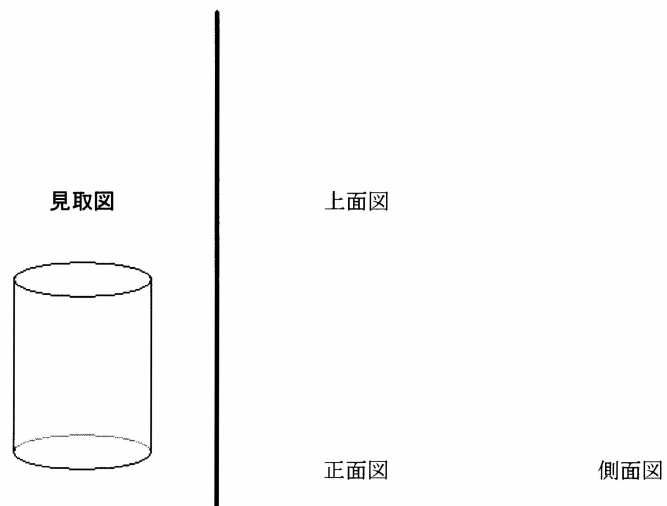


表せてるべさ！

立体を表すのに、**投影図**という方法を使うことがあります（前のページの表し方は、見取図といいます）。**円錐**を投影図で表してみました。

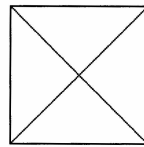


問題 1 下の図は**円柱**の見取図です。投影図を書いてみよう。

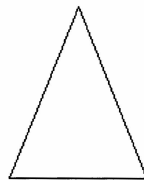


問題 2 下の投影図を見て、どんな形か想像できますか？ 見取図を書いてみよう。

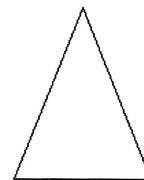
見取図



上面図



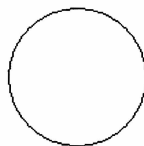
正面図



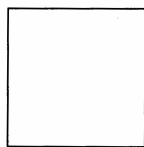
側面図

問題 3 下の図は、まるでさんかくでしかくなくある立体の投影図です。どんな形か想像できますか？ 大根を切ったり、粘土をこねたりして、つくってみよう。

見取図



上面図



正面図



側面図

●注

- (1) 2008年2月現在。
- (2) もっとも、思春期まっただ中の中学生にとっては、知的好奇心を満たす教育内容で、世界観形成の一端を担わないようなものは皆無かもしれない。自分の存在を社会の一員、過去・現在・未来と悠久の時を刻む歴史の一瞬、そして宇宙や地球という自然の一部としてとらえ直すことが中学生には特に必要であろう。
- (3) 『世界教育学名著選2 コメニウス 大教授学』明治図書、1973年、164頁。
- (4) 小論の末尾に添付してある。
- (5) 高橋哲男「家紋の対称性の研究に基づく群論入門の授業案」(北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室『教授学の探究』第18号、103-143頁) 2001年3月。高橋哲男「中学校幾何教育カリキュラムの再構成－平面幾何学の公理系について－」(『北海道大学大学院教育学研究科紀要』第84号、209-233頁) 2001年12月。高橋哲男「中学校幾何教育カリキュラムの再構成－「円の幾何学」単元作成へのノート－」(北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室『教授学の探究』第19号、1-23頁) 2002年3月。
- (6) 小論の末尾に添付してある。
- (7) 2008年3月28日に公示された新しい中学校学習指導要領には「見取図、展開図や投影図を取り扱うものとする」とあり、投影図も扱うことになっている。
- (8) デューイ『学校と社会』岩波文庫、1957年、29頁。
- (9) 佐藤学『教育方法学』岩波書店、1996年、19頁。
- (10) 前掲『大教授学』204-205頁。
- (11) 『大辞泉』(増補・新装版、小学館、1998年)には、「友」は「共」と同語源」とある。また、『学研漢和大辞典』(学習研究社、1980年)によれば、「友」は字全体が、「共」は部首「八」部がいずれも両手の絵からきているという。
- (12) 反角柱およびユニット折り紙によるその作製方法については、川村みゆき『はじめての多面体折り紙－考える頭をつくろう！－』日本ヴォーグ社、2001年、20-22頁を参照。
- (13) このような分析枠をもっているためなのかわからないが、四角錐を示してその名前を聞いたとき、側面の形に引きずられるらしく「三角…」という子どもが少なくなかった印象がある。せめて、とりあえず「…錐…」か「…四角…」と言ってから首をかしげてほしい。
- (14) もちろん、「面と面の垂直」や「面と面の平行」をいつどのように教えるべきかを解明することは、数学教育カリキュラム研究の課題として残る。

● 英文タイトル

Curriculum Reform of Geometry Education in Junior High School:
With a Focus on Plane and Solid Geometry in the 7th Grade

● 英文要約

This article forms a part of my studies on curriculum reform of geometry education in junior high school. I observed mathematics classes on plane and solid geometry at X Junior High School in Wakkanai in February 2008. I would like to express my thanks for their kindness. With this observation, I considered how to improve future classes. In chapter 2, I discussed some pedagogical viewpoints for the purpose. In chapter 3, I explained the summary of the classes and made some comments on them.

● key word

junior high school
mathematics education
geometry education
plane geometry
solid geometry
curriculum

